Vol. 4, No. 7 and 8, P. (101-114)A, 2016

السلوك الديناميكي لنموذج رياضي يبين تأثير البيئة على مستوى النجاح لطلبة المدارس

احمد علي محسن

مديرية تربية بغداد الرصافة الاولى، وزارة التربية، العراق.

تاريخ الاستلام: 30 / 4 / 2016

تاريخ قبول النشر : 8 / 8 / 2016

Abstract

There are many factors that affect on the educational process behaviors as the one of these factors is the environment in which the students live. The main objective of this paper is to study and find out the extent of the effect of the environment and interact it on the dynamic behavior of the proposed model. Assume that the student populations are divided into three levels: the first level, namely the success students, the second level the lazy students and the last level namely surrounding environment for students. The existence, uniqueness and boundedness of the solution of this model are investigated. The local and global dynamical behaviors of the model are studied. Finally, in order to confirm our obtained results and specify the effects of model's parameters on the dynamical behavior, numerical simulation of the XYV model is performed.

Key words

Mathematical model, Local and Global Stability, Effect of Environment.

الخلاصة

هنالك العديد من العوامل التي تؤثر على سير العملية التربوية والتعليمية، ومن هذه العوامل هو البيئة التي يعيش فيها الطلبة. الهدف الرئيس من البحث هو دراسة ومعرفة مدى تأثير البيئة والتفاعل معها على السلوك الديناميكي للنموذج المقترح. افترضنا ان المجتمع الطلابي يتكون من ثلاثة اقسام هي الاول الطلبة المتيمزون والقابلين للتأثر بالبيئة المحيطة بهم والثاني الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض والمتأثرين بالبيئة والقسم الاخير البيئة المحيطة بالطلبة. تمت مناقشة وجود و وحدانية وقيود الحل للنموذج المقترح. قمنا بدراسة السلوك الشامل له. واخيراً من اجل تأكيد نتائجنا وتحديد تأثير معلمات النموذج التربوي على السلوك الديناميكي له اجرينا محاكاة عددية له.

الكلمات المفتاحية

النماذج الرياضية، الاستقرارية المحلية والكلية، تأثير البيئة.

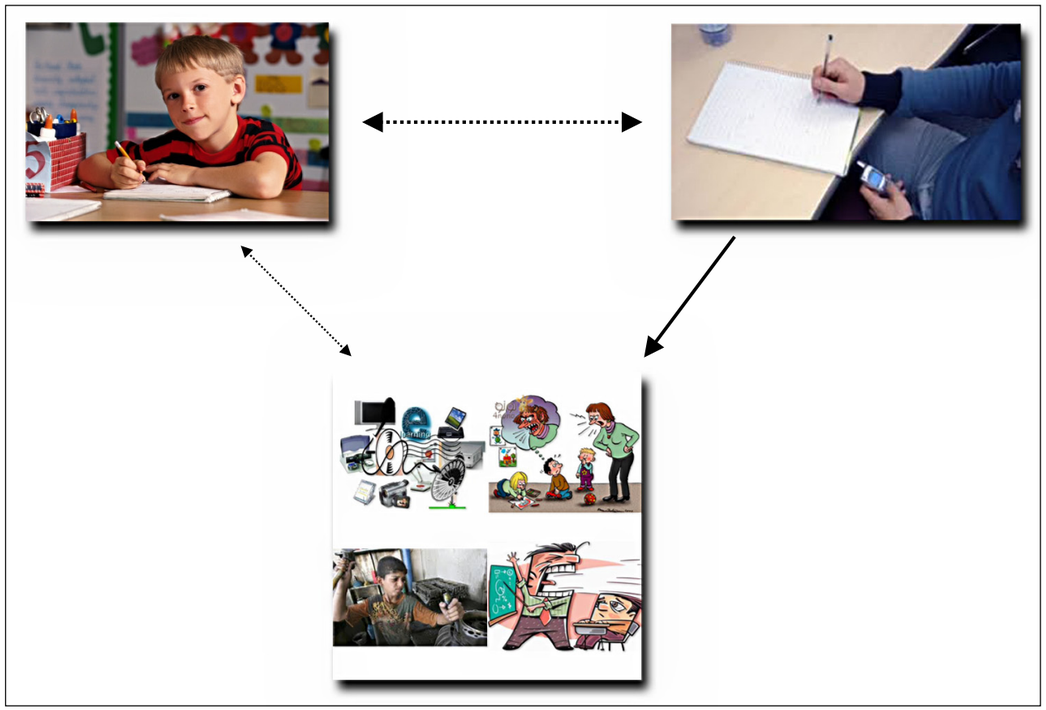
1. المقدمة

منذ فتره ليست بالقصيرة اصبحت الانظمة او النماذج الرياضية واحدة من اهم الادوات المهمة لحل الكثير من المشاكل وذلك من خلال دراسة وفهم السلوك الديناميكي لها وتقديم الحلول المناسبة. وهنا قدمنا مشكلة تأثير البيئة على المستوى العلمي للطلبة في المدارس ومما لاشك فية ان البيئة تؤثر تأثيراً كبيراً في مجمل العملية التعليمية والتربوية، كما تؤثر على الطلبة من الناحية المعرفية والنفسية والوجدانية أفتأثير البيئة على الطلبة لا ينحصر على تلقي المعلومات والمعارف فحسب بل يتطلعوا الى دور اوسع يتمثل بشعورهم بالذات والثقة بأنفسهم كذلك التطلع الى تنمية القدرات والقابليات للطلبة أكل هذا بحاجة الى بيئة تكون قادرة على تلبية متطلبات العمل وتقدم طاقات الطلبة وتوجهها نحو تحقيق الاهداف. في هذا البحث تطرقنا الى تأثير عدة انواع من البيئة التي تؤثر على الطلبة منها: الفقر الذي يواجهه معظم الطلبة حيث تشكل الحالة الاقتصادية لكثير من العوائل مشكلة كبيرة ويعد القضاء عليها احد اهم واجبات الدوله لأنة يعد ضمان للأستقرار والسلم الاجتماعي [1, 2].وهو احد المشاكل الخطرة والمعقدة التي تقف وراء تدني مستوى الكثير من الطلبة وله أثار سلبية كبيرة وكما قال أمير المؤمنين علي ابن ابي طالب (عليه السلام) " لو كان الفقر رجلاً لقتلته" وهنالك ايضاً مقولة لأرسطو في التراث الفلسفي هي " الفقر هو مولد الثورات والجريمة" وهذه دلالات واضحة على خطورة ظاهرة الفقر [3-10]. كذلك هنالك البيئة الالكترونية والتكنلوجية لها اثار ايجابية في تقدم الشعوب ايضاً لها اثار سلبية تثثر على تقدم العملية التعليمية والتربوية. وتعتبر عوائل الطلبة واحدة من اهم انواع البيئة التي تؤثر على سلوك الطلبة فالتحصيل الدراسي للعائلة وطبيعة العلاقات الاجتماعية في ما بينهم كل هذه لها تأثير على الطلبة [11-13]. في هذا البحث اقترحنا نموذج رياضي درسنا فيه تأثير البيئة على المستوى العلمي لطلبة المدارس. درسنا الاستقرارية المحلية و الكلية لكل نقاط التوازن المحتملة للنموذج وكذلك قمنا بمحاكاة عددية للنموذج المقترح بإستخدام برنامجي الماتلاب وال C++.

2. النموذج الرياضي

في هذا البحث اقترحنا نظام رياضي يصف تأثير البيئة على المستوى العلمي لطلاب المدارس الثانوية حيث تكون النظام من ثلاث معادلات تفاضلية غير خطية. كل معادلة تمثل جزء معين من مجتمع الطلبة فالمعادلة الاولى تمثل الطلبة المعرضين لتأثير البيئة الغير صالحة للتعليم ويرمز لها بالرمز $X(t)$ عند الزمن t، والمعادلة الثانية تمثل الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض ويرمز لها بالرمز $Y(t)$ عند الزمن t، واخيرا المعادلة الثالثة من النظام والتي تمثل البيئة المؤثرة على الطالب والتي يتفاعل معها وتحيط به وهي على عدة انواع على سبيل المثال (البيئة الاجتماعية الفقيرة او العائلة نفسها للطالب او البيئة الالكترونية والمتمثلة بوسائل التواصل الاجتماعي وغيرها...) ويرمز لها بالرمز $V(t)$ عند الزمن t، والشكل الاتي هو مخطط يمثل النظام المقترح:

Vol. 4, No. 7 and 8, P. (101-114)A, 2016
احمد علي محسن



شكل (1): يمثل التفاعلات بين عناصر النظام المقترح

ويمكن كتابة النظام بالمعادلات التفاضلية الاتية:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \Lambda-\beta(1-m)XV-\alpha(1-n)XY-\mu X\\ \frac{dY}{dt} &= \theta+\beta(1-m)XV+\alpha(1-n)XY-\mu Y\\ \frac{dV}{dt} &= aV+\sigma Y-\mu V\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

هنا جميع الثوابت الموجودة في النظام اعلاه هي موجبة والجدول التالي يبين تفسير وقيمة كل ثابت.

جدول (1): تفسير لكل الثوابت الموجودة في النظام المقترح

الثابت	الوصف
Λ	هو نسبة الطلبة الوافدين الجدد.
β	نسبة الطلبة المتأثرين بالبيئة.
m	نسبة الفشل الحاصلة بتأثير البيئة على الطلبة.
α	نسبة التفاعل او تأثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض على الطلبة في المعادلة الاولى.
n	نسبة فشل تأثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض.
μ	نسبة ترك الدراسة ونسبة الزوال الحاصلة بالبيئة.
θ	نسبة الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض.
a	يمثل نسبة البيئة الغير الصالحة للتعليم وقيمتها هي $a \geq 0$.
σ	زيادة تلوث البيئة بفعل الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض وقيمتها $\sigma \geq 0$.

وبناءاً على ذلك نفرض ان العدد الكلي لمجتمع الطلبة هو $N = X(t)+Y(t)+V(t)$. ومن الواضح ان المتغيرات في النظام (1) تكون في المجال:

$$R_+^3 = \left\{(X,Y,V) \in R_+^3, X \geq 0, Y \geq 0, V \geq 0\right\}$$

اي ان النظام (1) له حل موجب. اضافة الى ذلك ان المعادلات في النظام (1) هي مستمرة ومشتقاتها مستمرة وتحقق دالة ليبشزين من هذا ينتج ان الحل موجود و وحيد في R_+^3 كذلك ان $N \leq \frac{\Lambda+\theta}{\mu}$.

3. إيجاد نقاط التوازن للنظام (1)

في هذا الجزء اناقش وجود كل النقاط الثابتة والمحتملة للنظام (1) هنا نلاحظ ان النظام (1) له نقطتين فقط من نقاط التوازن سيرمز لها بالرمز $E_i = (X_i, Y_i, V_i), i = 0,1$ وفي مايلي استعراض للشروط اللازم تحققها لايجاد هذه النقاط:

عندما $V = 0$ فان النظام (1) يمتلك نقطة التوازن $E_0 = (X_0, Y_0, 0)$ حيث ان:

$$\left.\begin{aligned}X_0 &= \frac{\Lambda}{\alpha(1-n)Y+\mu}\\ Y_0 &= \frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A}\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

هنا:

$$A = \alpha\mu(1-n) > 0$$

$$B = \mu^2 - \alpha(1-n)(\Lambda+\theta)$$

$$C = -\mu\theta < 0$$

لذلك فان هذه النقطة تكون موجوده و موجبة اذا تحقق الشرط:

$$\mu^2 < \alpha(1-n)(\Lambda+\theta) \quad (3)$$

1. عندما $V \neq 0$ يكون للنظام (1) نقطة توازن ثانية ويرمز لها بالرمز $E_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$ حيث انه يمكن اعادة كتابة النظام (1) بالصيغة:

$$\left.\begin{aligned}&\Lambda-\beta(1-m)XV-\alpha(1-n)XY-\mu X=0\\ &\theta+\beta(1-m)XV+\alpha(1-n)XY-\mu Y=0\\ &aV+\sigma Y-\mu V=0\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

فمن المعادلة الثالثة في النظام (4) نحصل على:

$$V_1 = \frac{\sigma Y_1}{\mu - a} \quad (5)$$

نعوض (5) في المعادلة الاولى للنظام (4) نحصل على:

$$X_1 = \frac{\Lambda(\mu - a)}{\sigma\beta(1-m)Y_1 + \alpha(1-n)(\mu-a)Y_1 + \mu(\mu-a)} \quad (6)$$

والان عند تعويض كل من (5) و (6) في المعادلة الثانية للنظام (4) ينتج:

$$D_1 Y_1^3 + D_2 Y_1^2 + D_3 Y_1 + D_4 = 0 \quad (7)$$

حيث ان:

$$D_1 = -\mu(\mu-a)\{\sigma^2\beta^2(1-m)^2 + \alpha(1-n)^2(\mu-a)^2 + \sigma\beta\alpha(1-m)(1-n)(\mu-a+1)\}$$

$$D_2 = (\mu-a)\{\theta\sigma^2\beta^2(1-m)^2 + 2\sigma\beta(1-m)(\mu-a)[\alpha\theta(1-n) - \mu^2] +$$
$$\alpha(1-n)(\mu-a)^2[\alpha\theta(1-n) - 2\mu^2] + \sigma\Lambda\beta(1-m)[\sigma\beta(1-m) + \alpha(1-n)(\mu-a)]\}$$

$$D_3 = \mu(\mu-a)^2\{\sigma\beta(1-m)(2\theta+\Lambda) + (\mu-a)[2\alpha\theta(1-n) - \mu^2(\mu-a)\}$$

$$D_4 = \mu^2\theta(\mu-a)^3 > 0$$

وبتطبيق قاعدة ديسكارت رول [14] فان النقطة E_1 تكون موجودة و موجبة اذا تحققت الشروط التالية:

$$\mu > a \quad (8)$$

$$D_4 = \mu^2\theta(\mu-a)^3 > 0$$

4. تحليل الاستقرارية المحلية والكلية للنظام (1) عند النقطة E_0 :

في هذا الجزء سندرس الاستقرارية المحلية للنظام (1) ولكل نقاط التوازن الخاصة بالنظام وذلك بالاعتماد على مصفوفة جاكوبياً والتي يمكن كتابتها بالشكل ادناه:

$$J = \begin{bmatrix} -[\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu] & -\alpha(1-n)X & -\beta(1-m)X \\ \beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y & \alpha(1-n)X - \mu & \beta(1-m)X \\ 0 & \sigma & a-\mu \end{bmatrix} \quad (9)$$

لدراسة الاستقرارية المحلية للنظام (1) عند النقطة E_0 نعوض النقطة في المصفوفة (9) كما مبين في النظرية ادناه.

نظرية (1): لتكن النقطة E_0 موجودة فعندها تكون مستقرة اذا تحققت الشروط التالية:

$$2(1-n)Y_0 > \mu > \max.\{a, \alpha(1-n)X_0\} \quad (10)$$

$$(a-\mu)[\alpha(1-n)X_0 - \mu] > \beta(1-m)X_0 \quad (11)$$

$$(a-\mu)[\alpha(1-n)Y_0 + \mu][\alpha(1-n) + \mu + (a-\mu)] > \sigma\alpha\beta(1-n)(1-m)X_0Y_0 \quad (12)$$

البرهان:

بعد التعويض عن النقطة E_0 في المصفوفة (9) يمكن اعادة كتابتها بالصورة:

$$J_0 = \begin{bmatrix} -[\alpha(1-n)Y_0 + \mu] & -\alpha(1-n)X_0 & -\beta(1-m)X_0 \\ \alpha(1-n)Y_0 & \alpha(1-n)X_0 - \mu & \beta(1-m)X_0 \\ 0 & \sigma & a-\mu \end{bmatrix} \quad (13)$$

بسهولة ومن (13) يمكن كتابة المعادلة المميزة للنظام (1) عند النقطة E_0 بالصورة الاتية:

$$\lambda^3 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda + A_3 = 0 \quad (14)$$

حيث ان:

$$A_1 = -[a_1 + a_2 + a_3]$$
$$= \alpha(1-n)Y_0 + \mu + \alpha(1-n)X_0 - \mu + a - \mu$$

$$A_2 = [a_1 a_2 - a_2 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3 - a_3 a_3]$$

$$A_3 = -[a_1 a_2 a_3 + a_2 a_3 a_3 - a_1 a_3 a_3 - a_3 a_2 a_2]$$
$$= [\alpha(1-n)Y_0 + \mu][\alpha(1-n)X_0 - \mu][a-\mu] + \sigma[\alpha(1-n)Y_0][\beta(1-m)X_0)$$
$$-(\alpha(1-n)Y_0 + \mu)[\beta(1-m)X_0] - (a-\mu)\alpha^2(1-n)^2X_0Y_0$$

والان نجد:

$$\Delta = A_1A_2 - A_3$$

$$= -[a_1 + a_2 + a_3][a_1 a_2 - a_2 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3 - a_3 a_3]$$
$$+[a_1 a_2 a_3 + a_2 a_3 a_3 - a_1 a_3 a_3 - a_3 a_2 a_2]$$

وباجراء عمليات حسابية نحصل على:

$$\Delta = [a_1 + a_2][a_2 a_2 - a_1 a_2] + [a_2 + a_3][a_3 a_3 - a_2 a_3] - a_1 a_3[a_1 + a_3] + a_2 a_3 a_3$$

$$= [-[\alpha(1-n)Y_0 + \mu] + [\alpha(1-n)X_0 - \mu]]\cdot[[-\alpha(1-n)X_0][\alpha(1-n)Y_0]$$
$$-[-\alpha(1-n)Y_0 + \mu][\alpha(1-n)X_0 - \mu]] + [[\alpha(1-n)X_0 - \mu] + (a-\mu)]\cdot$$
$$[[\beta(1-m)X_0] - (a-\mu)[\alpha(1-n)X_0 - \mu]] - [-(a-\mu)[\alpha(1-n)Y_0 + \mu]]\cdot$$
$$[-[\alpha(1-n)Y_0 + \mu] + (a-\mu)] + \sigma[\alpha(1-n)Y_0]\cdot[-\beta(1-m)X_0]$$

والان عند تطبيق قاعدة روث-هوارتز [15] تكون نقطة التوازن E_0 الخاصة بالنظام (1) مستقرة استقراراً محلياً اذا كانت الشروط $A_1 > 0; A_3 > 0$ و $\Delta = A_1A_2 - A_3 > 0$ متحققة. وبسهولة نلاحظ ان $A_1 > 0; A_3 > 0$ تكون موجبة إذا تحقق الشرط (10)، بينما $\Delta = A_1A_2 - A_3 > 0$ تكون متحققة اذا تحققت الشروط (10-12) انتهى البرهان. ■

والان ندرس الاستقرارية الكلية للنقطة الاولى E_0 وذلك باستخدام دالة ليابانوف [16] كما مبين في النظرية التالية:

نظرية (2): اذا كانت النقطة E_0 مستقرة استقرارً محلياً فانها تكون مستقرة استقرارً كلياً اذا تحققت الشروط التالية:

$$\alpha(1-n)X < \mu \quad (15)$$

$$[\alpha(1-n)(Y_0 - X_0)]^2 < [\alpha(1-n)Y + \mu][\mu - \alpha(1-n)X] \quad (16)$$

$$Y[\sigma\gamma + \beta\gamma - m)X_0V + \beta(1-m)V + \beta X] < [\beta(1-m)X + \beta(1-m) + \mu Y]V \quad (17)$$

البرهان:

لتكن K_1 دالة موجبة حيث ان:

$$K_1 = \left(X - X_0 - X_0 \ln \frac{X}{X_0}\right) + \left(Y - Y_0 - Y_0 \ln \frac{Y}{Y_0}\right) + V$$

من الواضح ان $K_1 : R_+^3 \to R$ هي دالة مستمرة ومشتقتها مستمرة ايضاً بحيث ان:

$$K_1 = (X_0, Y_0, 0) = 0, \quad K_1(X,Y,V) > 0 \ \forall\ (X,Y,V) \neq (X_0, Y_0, 0)$$

وباخذ المشتقة للدالة K_1 نحصل على:

$$\frac{dK_1}{dt} = \left(\frac{X - X_0}{X}\right)\frac{dX}{dt} + \frac{dY}{dt} + \frac{dV}{dt}$$

$$= \left(\frac{X - X_0}{X}\right)(\Lambda - \beta(1-m)XV - \alpha(1-n)XY - \mu X)$$

$$+\left(\frac{Y - Y_0}{Y}\right)(\theta + \beta(1-m)XV + \alpha(1-n)XY - \mu Y) + aV + \sigma Y - \mu V$$

وبتبسيط هذه المعادلة ينتج:

$$\frac{dK_1}{dt} = -[\alpha(1-n)Y + \mu](X - X_0)^2 + [\alpha(1-n)(Y_0 - X_0)](X - X_0)(Y - Y_0)$$
$$-[\mu - \alpha(1-n)X](Y - Y_0)^2 - [\beta(1-m)X + \frac{\beta}{Y}(1-m) + \mu]V$$
$$+[\sigma Y + \beta(1-m)X_0V + \beta(1-m)V + aV]$$

واذا كانت الشروط (15-16) متحققة فان:

$$\frac{dK_1}{dt} \leq -\left[\sqrt{\alpha(1-n)Y + \mu}(X - X_0) + \sqrt{\mu - \alpha(1-n)X}(Y - Y_0)\right]^2$$
$$-\left[\beta(1-m)X + \frac{\beta}{Y}(1-m) + \mu\right]V + [\sigma Y + \beta(1-m)X_0V + \beta(1-m)V + aV]$$

حيث ان $\frac{dK_1}{dt} < 0$ لأي شرط ابتدائي اذا حققت الشروط (15-16) و K_1 تحقق دالة ليابانوف اذا تحققت الشروط (15-17) وهذا ينتج بان نقطة التوازن (E_0) تكون مستقره استقرارا كليا. ■

5. تحليل الاستقرارية المحلية والكلية للنظام (1) عند النقطة E_1 :

لدراسة الاستقرارية المحلية للنظام (1) عند النقطة E_1 نعوض النقطة في المصفوفة (9) كما مبين في النظرية ادناه.

نظرية (3): لتكن النقطة E_1 موجودة فعندها تكون مستقرة اذا تحقق الشرط التالي:

$$\mu > \max.\{2\alpha(1-n)X_1 + \sigma, 2\beta(1-m)X_1 + a\} \quad (18)$$

البرهان: يمكن كتابة المصفوفة (9) عند النقطة E_1 بالصورة ادناه:

$$J_1 = \begin{bmatrix} -[\beta(1-m)V_1 + \alpha(1-n)Y_1 + \mu] & -\alpha(1-n)X_1 & -\beta(1-m)X_1 \\ \beta(1-m)V_1 + \alpha(1-n)Y_1 & \alpha(1-n)X_1 - \mu & \beta(1-m)X_1 \\ 0 & \sigma & a-\mu \end{bmatrix}$$

الان وبتطبيق مبرهنة كرشكورن [17] فاذا كان الشرط التالي:

$$|b_i| > \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{3} |b_j|$$

فعندها تكون كل الجذور للمصفوفة اعلاه موجوده في المنطقة:

$$\xi = \cup\left\{U^* \in C : \left|U^* - C_i\right| < \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{3} |b_j|\right\}$$

فاذا تحقق الشرط (18) فكل الجذور للصفوفة اعلاه تكون بالجزء السالب وبهذا تكون النقطة E_1 ستقرة استقراراً محلياً انتهى البرهان.

بعد ان وضعنا شروط الاستقرارية المحلية للنقطة E_1 الان نحاول ايجاد الاستقرارية الكلية لها وذلك باستخدام دالة ليابانوف ايضاً كما موضح في النظرية التالية:

نظرية (4): اذا كانت النقطة E_1 مستقرة استقرارً محلياً فانها تكون مستقرة استقرارً كلياً اذا تحققت الشروط التالية:

$$\max.\{a\ ,\ \alpha(1-n)X_1\} < \mu \qquad (19)$$

$$[\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y - \alpha(1-n)Y_1)]^2 < [\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu][\mu] \qquad (20)$$

$$[\beta(1-m)X_1]^2 < [\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu][\mu - a] \qquad (21)$$

$$[\beta(1-m)X_1 + \sigma]^2 < [\mu - \alpha(1-n)X_1][\mu - a] \qquad (22)$$

البرهان:

لتكن K_2 دالة موجبة حيث ان:

$$K_2 = \frac{(X-X_1)^2}{2} + \frac{(Y-Y_1)^2}{2} + \frac{(V-V_1)^2}{2}$$

من الواضح ان $K_2 : R_+^3 \to R$ هي دالة مستمرة ومشتقتها مستمرة ايضاً بحيث ان:

$$K_2 = (X_1, Y_1, V_1) = 0, \quad K_2(X,Y,V) > 0 \ \forall\ (X,Y,V) \neq (X_1, Y_1, V_1)$$

وباخذ المشتقة للدالة K_2 نحصل على:

$$\frac{dK_2}{dt} = (X-X_1)\frac{dX}{dt} + (Y-Y_1)\frac{dY}{dt} + (V-V_1)\frac{dV}{dt}$$
$$= (X-X_1)(\Lambda - \beta(1-m)XV - \alpha(1-n)XY - \mu X)$$
$$+ (Y-Y_1)(\theta + \beta(1-m)XV + \alpha(1-n)XY - \mu Y)$$
$$+ (V-V_1)(aV + \sigma Y - \mu V)$$

وبتبسيط هذه المعادلة ينتج:

$$\frac{dK_2}{dt} = \frac{-[\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu](X-X_1)^2}{2} + [\beta(1-m)V + \alpha(1-n)(Y-X_1)]$$
$$\times (X-X_1)(Y-Y_1) - \frac{[\mu - \alpha(1-n)X_1](Y-Y_1)^2}{2} - \frac{[\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu](X-X_1)^2}{2}$$
$$- \beta(1-m)X_1(X-X_1)(V-V_1) - \frac{[\mu - a](V-V_1)^2}{2} - \frac{[\mu - \alpha(1-n)X_1](Y-Y_1)^2}{2}$$
$$+ [\beta(1-m)X_1 + \sigma](Y-Y_1)(V-V_1) - \frac{[\mu - a](V-V_1)^2}{2}$$

واذا كانت الشروط (22-19) متحققة فان:

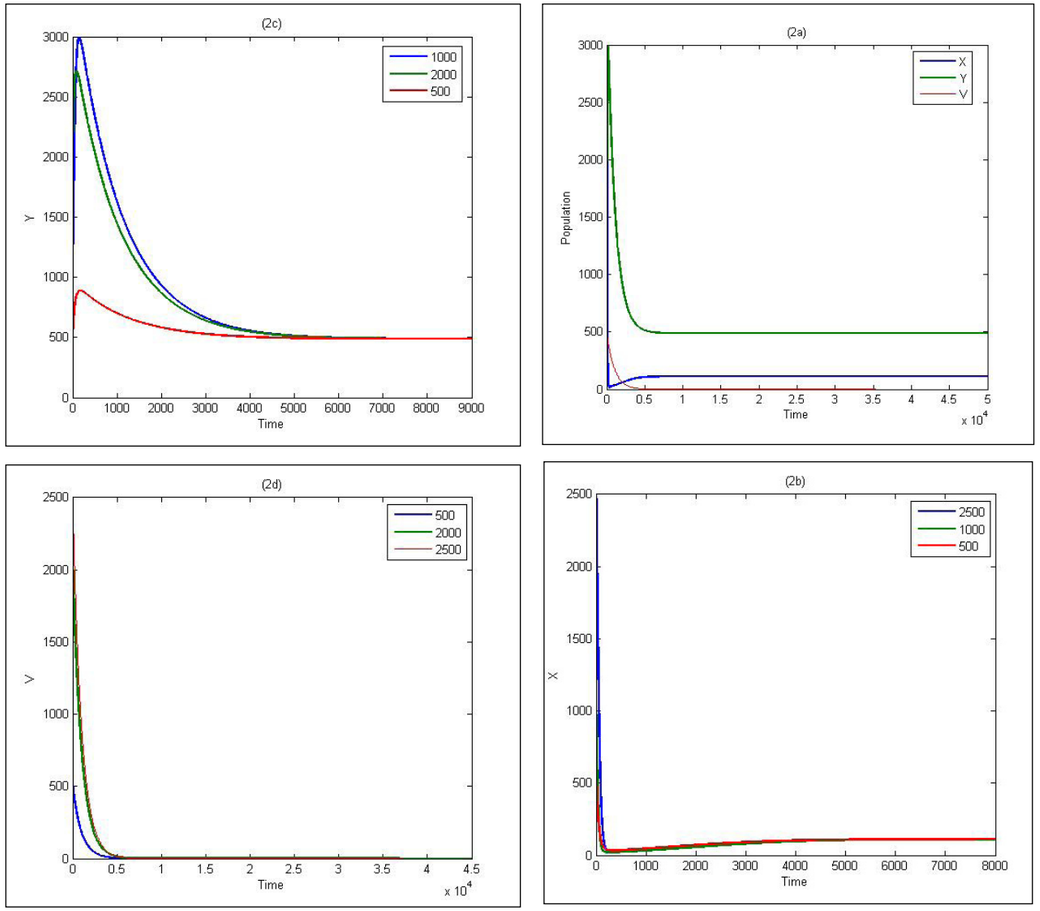
$$\frac{dK_2}{dt} \le -\left[\sqrt{\frac{\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu}{2}}(X-X_1) - \sqrt{\frac{\mu - \alpha(1-n)X_1}{2}}(Y-Y_1)\right]^2$$
$$-\left[\sqrt{\frac{\beta(1-m)V + \alpha(1-n)Y + \mu}{2}}(X-X_1) - \sqrt{\frac{\mu-a}{2}}(V-V_1)\right]^2$$
$$-\left[\sqrt{\frac{\mu - \alpha(1-n)X_1}{2}}(Y-Y_1) - \sqrt{\frac{\mu-a}{2}}(V-V_1)\right]^2$$

حيث ان $\frac{dK_1}{dt} < 0$ لأي شرط ابتدائي و K_1 تحقق دالة ليابانوف اذا تحققت الشروط (22-19) وهذا ينتج بان نقطة التوازن (E_1) تكون مستقره استقرارا كليا. ■

6. التحليل العددي للنظام (1):

في هـذا القسـم درسـت الديناميكية الكليـة للنظام (1). الهدف الرئيسي من هذه الدراسـة هو فهم وتحليل نتائج تأثير كل مـن الثوابت الموجـودة في النظام والتي تمثـل تأثير البيئة الغير ملائمـة للتعليـم والطلبة اصحاب المسـتوى الدراسي المنخفـض على العملية التعليمية في النظـام التربوي المقترح. حيـث تم الحل العددي للنظام (1) من خلال مجموعة مختلفة مـن الـشروط الابتدائية ومجموعـة مختلفة مـن الباراميترات الافتراضية كما هو مبين الشكل (2) ادناه:

$$\Lambda = 5\ ,\theta = 5, \beta = 0.001, \alpha = 0.001\ , \mu = 0.1, m = 0.5,\ n = 0.2,\ a = \sigma = 0 \qquad (23)$$

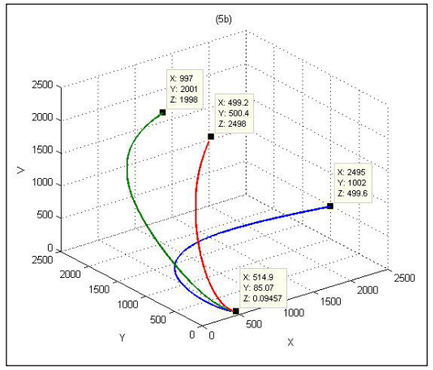


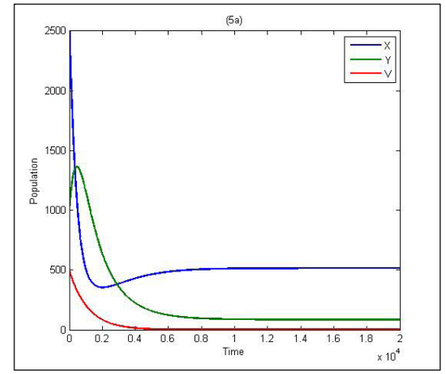
الشكل(2): متسلسلة زمنية لحل النظام (1) والذي يبدأ من ثلاث نقاط ابتدائية مختلفة.

في الشـكل اعلاه والـذي يبين الاسـتقرارية الكلية لنقطة التوازن الاولى في حالة غياب البيئة للنظام (1) والذي ينطلق مـن ثلاث نقاط ابتدائية مختلفة وهي (2500, 500, 1000) (2000, 2000, 1000) , (2500, 500, 500) حيـث نلاحظ كلها تتجه الى نقطة التوازن $E_0 = (112{,}487{,}0)$.

اما اذا غيرنا قيم بعض الباراميترات او الثوابت الموجودة في المعادلـة (23) حيث يمكننا إعادة كتابة المعادلة (23) ادناه فان حل النظام سيتجه الى النقطة الثانية كما مبين في الشكل (3).

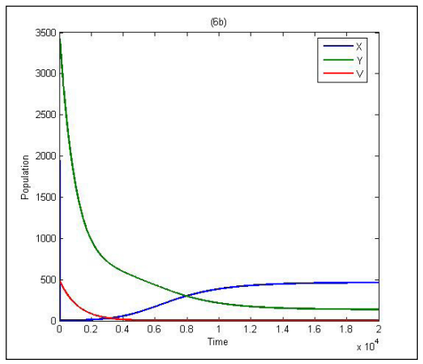
$$\Lambda = 5\ ,\theta = 5, \beta = 0.0001, \alpha = 0.0001\ , \mu = 0.1, m = 0.5,\ n = 0.2,\ a = 0.0\ ,\ \sigma = 0.0001 \qquad (24)$$

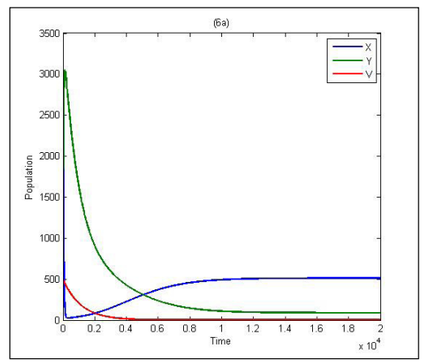


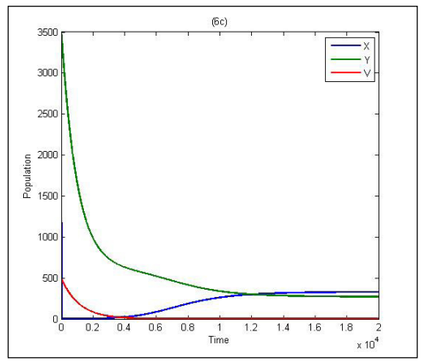


الشكل(3): حل النظام (1) والذي يمثل الاستقرارية الكلية للنقطة الثانية.

والان ندرس تأثير نسبة تأثير البيئة β على السلوك الديناميكي للنظام (1) من خلال الحل العددي للنظام (1) وذلك بتثبيت قيم البراميترات والمبينه بالمعادلة (24) مع تغير قيم $\beta = 0.0, 0.1, 0.3$ حيث ان النتائج تبين في الاشكال (4a-4c).



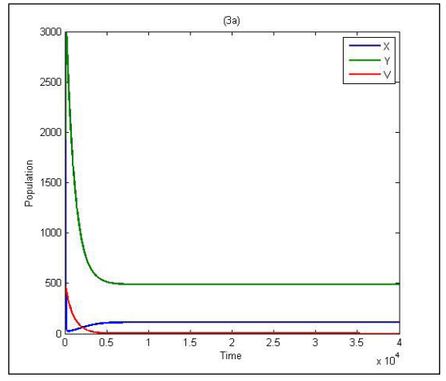


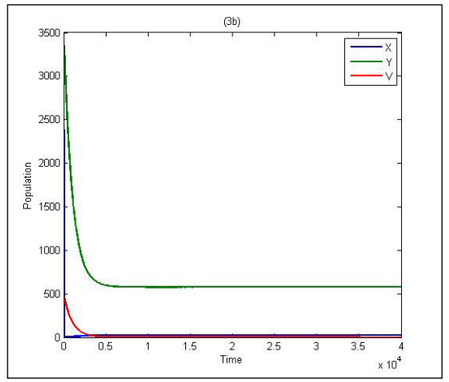


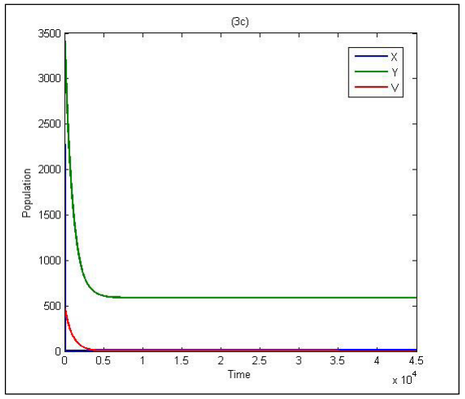
الشكل(4): النظام (1) يتجه نحو نقطة التوازن (E_1). حيث ان (a) عندما $\beta = 0.0$ ، (b) عندما $\beta = 0.1$ ، (c) عندما $\beta = 0.3$.

من الواضح من خلال الاشكال اعلاه نلاحظ ان عند الزيادة بقيمة تأثير البيئة β ان النظام يبقى مستقر ومتجه نحو نقطة التوازن E_1 اضافة الى ذلك نلاحظ ان اعداد كل من الطلبة الجيدون يتناقص بينما عدد الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض في حالة تزايد مع تزايد ايضاً البيئة.

تأثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض α على السلوك الديناميكي للنظام (1) من خلال الحل العددي للنظام (1) وذلك بتثبيت قيم البراميترات والمبينه بالمعادلة (24) مع تغير قيم $\alpha = 0.001, 0.005, 0.0$ حيث ان النتائج تبين في الاشكال (5a-5c).



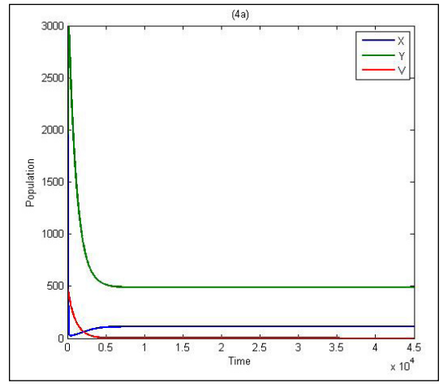


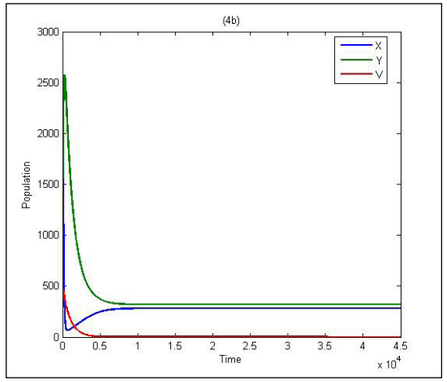


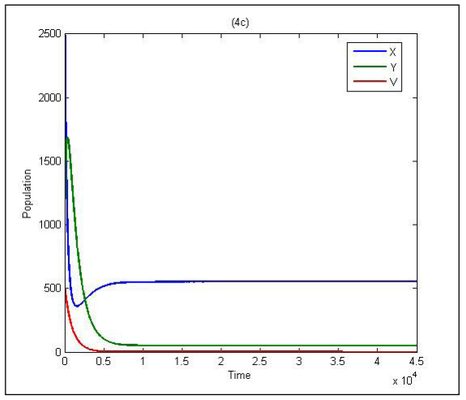
الشكل(5): النظام (1) يتجه نحو نقطة التوازن (E_1). حيث ان (a) عندما $\alpha = 0.001$ ، (b) عندما $\alpha = 0.005$ ، (c) عندما $\alpha = 0.0$.

بسهولة نلاحظ في الاشكال اعلاه ان الزيادة بقيمة تاثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض α ان النظام يبقى مستقر ومتجه نحو نقطة التوازن E_1 اضافة الى ذلك نلاحظ ان اعداد الطلبة الناجحون يتناقص بينما عدد الطلبة ذات المستوى المنخفض يتزايد.

والان ندرس نسبة عدم تأثر الطلبة الناجحون بالطلبة ذات المستوى المنخفض n على السلوك الديناميكي للنظام (1) من خلال الحل العددي للنظام (1) وذلك بتثبيت قيم البراميترات والمبينه بالمعادلة (24) مع تغير قيم $n = 0.2, 0.7, 1$ حيث ان النتائج تبين في الاشكال (6a-6c).







الشكل(6): النظام (1) يتجه نحو نقطة التوازن (E_1) . حيث ان (a) عندما $n = 0.2$, (b) عندما $n = 0.7$, (c) عندما .

من الواضح ان في الاشكال اعلاه نلاحظ ان الزيادة بقيمة n ان النظام يبقى مستقر ومتجه نحو نقطة التوازن E_1 اضافة الى ذلك نلاحظ ان اعداد الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض يتناقص بينما عدد الطلبة الناجحون يتزايد.

7. الاستنتاجات والمناقشة:

في هذا الجزء، اقترحت وحللت نموذج رياضي يدرس السلوك الديناميكي لتأثير البيئة والطلبة المشاغبون على الستوى التعليمي ونسب النجاح. حيث يتكون النظام من ثلاثة معادلات تفاضلية غير خطية تمثل ثلاثة مجتمعات مختلفة X مجمتع الطلبة الناجحون، Y مجتمع الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض و V تمثل البيئة المؤثرة على التعليم. درست وحدانية و وجود وقيود الحل للنظام المقترح. تم ايجاد نقطتي التوازن المحتملة للنظام المقترح وهي $E_i , i = 0,1$ ، حيث تم ملاحظة ان جميع نقاط التوازن تكون مستقرة استقرار محليا اذا تحققت الشروط (12-10, 18). كما ان نقطة التوازن الاولى E_0 تكون مستقرة استقرارا كليا اذا تحققت الشروط (17-15)، والنقطة الثانية E_1 تكون مستقره استقرار كليا اذا تحققت الشروط (19-22). ولفهم تأثير كل البارامترات على الديناميكية الكلية للنظام (1) ولتقديم صورة اوضح للحل التحليلي للنظام قمت بدراسة عددية للنظام من خلال عدد من الشروط الابتدائية المختلفة وقيم لعدد من البارامترات الافتراضية والملخصة بالاتي:

1. من خلال مجموعة البارامترات الافتراضية المعطاة في المعادلة (23) نلاحظ ان النظام مستقر استقرارا كليا نحو نقطة التوازن الاولى وهي $E_0 = (112,487,0)$. و من خلال مجموعة البارامترات الافتراضية المعطاة في المعادلة (24) نلاحظ ان النظام مستقر استقرارا كليا نحو نقطة التوازن الثانية وهي $E_1 = (514,8 \ ,0.0 \ )$.
1. عند زيادة نسبة تاثير البيئة بزيادة نسبة β النظام يتجه نحو نقطة التوازن E_1 كما نلاحظ نقصان في اعداد X و زيادة في اعداد V, Y.
2. عند زيادة نسبة تأثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض α نلاحظ نقصان في اعداد X و زيادة في اعداد V,Y. ولكن النظام (1) يبقى متجه نحو نقطة التوازن E_1 .
3. في حالة زيادة نسبة فشل تأثير الطلبة اصحاب المستوى الدراسي المنخفض n , نلاحظ نقصان في كل من V,Y, وزيادة في اعداد X. والنظام يقترب من نقطة التوازن .

7. التوصيات

- ❖ التأكيد على تفعيل مشروع المدرس المساعد الذي له دور مهم وإيجابي في تطوير العملية التعليمية والتربوية.
- ❖ توعية الطلبة حول الاستخدام الامثل والايجابي للتكنلوجيا والاستفادة منها في تطوير المستوى العلمي للطلبة.
- ❖ تفعيل دور المرشد التربوي لمتابعة الطلبة أصحاب الحالة الاجتماعية الضعيفة ومحاولة مساعدتهم.
- ❖ تفعيل مجالس الاباء ومحاولة اقامتها قبل الامتحانات وبواقع اكثر من اجتماعين في السنة الدراسية.
- ❖ زيادة التعاون بين المدارس و أولياء الطلبة.
- ❖ ضرورة التأكيد على الزيارات المفاجئة والمتكررة من قبل أولياء الطلبة الى المدارس.
- ❖ توعية بعض أولياء الامور للطلبة لتحسين معاملة اولادهم.

المصادر

[1] قطوش، سامية، ، الفقر مولد الجريمة دائرة العنف تتسع مع ازدياد درجة التطور والتقدم، العرب الاسبوعي، مجتمع 29. (2009)

[2] اليوسف، ، أطفال الشوارع بداية مشكلة أمنية، بحث مقدم لندوة الطفولة المبكرة خصائصها واحتياجاتها. (2005).

[3] Payne, R. K. A Framework for Understanding Poverty, Highlands, TX: aha! Process, Inc, P. 31-55. (2005).

[4] Mickelson, R. A. 1990. The Attitude-Achievement Paradox among Black Adolescents, Sociology of Education, (1).

[5] Chao, R. K. and Willms, J. D. Family Income, Parenting Practices, and Childhood Vulnerability: A Challenge to the "Culture of Poverty, Thesis, Policy Brief, No. 9, Canadian Research Institute for Social Policy. (2000).

[6] Krätli, S. Educating Nomadic Herders Out of Poverty Culture, Education and Pasto-

تأثير اضافة الطابوق المكسر على بعض خواص الكتل الخرسانية المجوفة المحملة

مشتاق صادق راضي
قسم الهندسة المدنية، كلية الهندسة، جامعة كربلاء، العراق
تاريخ الاستلام: 2 / 6 / 2016
تاريخ قبول النشر: 21 / 7 / 2016

Abstract

In this research, the effect of using crushed brick as an alternative to the coarse aggregate on some load-bearing hollow concrete block properties were investigated.

The hollow concrete blocks with standard dimension (150 ×150×300) mm, were produced. The mix proportions were (1) cement to (6) total aggregate. The course aggregate was replaced by the crushed brick in volumetric percent at rate of (25 %, 50%, 100%), then the effect of the replacement was investigated on some concrete block properties such as compressive strength , density, absorption and thermal and sound insulation in different ages (7, 14, 28) days. According to the results, crushed brick can be used as course aggregate to produce load-bearing hollow concrete blocks class B with medium concrete density that can be used in interior wall or exterior wall that protected from moisture and weather conditions. The optimum percent of replacement of crushed brick was (50%). Some properties like density, thermal insulation was improved, while, the other properties like compressive strength, absorption, sound insulation was kept at acceptable range. It can be concluded that the effect of the crushed brick as aggregate on concrete blocks properties, compared to normal aggregate, resulting from the combined effect low density, low crushing value, surface roughness, and its contribution to the process of internal curing for the concrete. Also, the use of crushed brick has an environmental effect in terms of its contribution to the recycling process for this waste materials and save the environment from it, as well as to reduce the pressing on sources of natural aggregates, which considered a national resources and must be preserved and be used in optimal utilization.

Keywords

Hollow Concrete Block, Crushed Brick, density, compressive strength

ral livelihood in Turkana and Karamoja, Sussex, United Kingdom: of Sussex Institute of Development Studies. (2001).

[7] Milanovic, B. and El-Kogali, S. The Determinants and Effects of Khat Consumption Evidence from Djibouti and Yemen Household Surveysm, The World Bank Group. (2001).

[8] Jordan, Gregory. The Causes of Poverty Cultural vs. Structural: Can There Be a Synthesis, Perspectives in Public Affairs, P18-34. (2004).

[9] Gorski, P. The Myth of the “Culture of Poverty, Leadership Education, 65(7): 32-36. (2008).

[10] Small, M. L.; David, J. H. and Michele, L. Reconsidering Culture and Poverty, Annals of the American Academy of Political and Social Sciences, 629: 6-27. (2010).

[11] علي وعبّاد حسين محمد ، التحصيل الدراسي والتعلم وعلاقة الأسرة بها، مركز تطوير الملاكات، هيئة التعلم التقني،(2001).

[12] طعيمة و سعيد ، الأسرة والمدرسة وأهم عوامل التحصيل الدراسي، المكتبة العلمية، بيروت، (2002).

[13] عبد المنعم وعبد الرحمن، أهمية البيئة المنزلية في تعزيز التعلم عند الطلبة، مركز تدريب المعلمين في الأمانة العامة للمؤسسات التربوية ـ الأردن ـ عمّان، 2008.